

Groupes et géométrie

ECTS
6 crédits

Composante
Sciences Fondamentales et Appliquées

Présentation

Description

Dans l'esprit du programme d'Erlangen, cet enseignement doit permettre de comprendre le lien qui relie une géométrie et son groupe de symétrie : en faisant agir un groupe de symétrie sur une structure géométrique, on obtient des informations précieuses autant sur le groupe lui-même que sur la structure géométrique.

Objectifs

Les principaux objectifs de cet enseignement sont de renforcer les connaissances des groupes classiques associés aux formes bilinéaires et de comprendre le rôle des groupes de symétrie dans l'étude de problèmes géométriques.

Une partie du cours est consacrée à la décomposition polaire et ses applications : exponentielle et logarithmes de matrices, conséquences sur la géométrie des groupes classiques.

Heures d'enseignement

Groupes et géométrie - TD	TD	20h
Groupes et géométrie - CM	CM	25h
Groupes et géométrie - B-PT	Projet tutoré	5h

Pré-requis nécessaires

théorie de groupes (en particulier les actions de groupes), algèbre linéaire avancée.

Programme détaillé

Formes bilinéaires et groupes classiques associés. Etude de ces groupes (centre, engendrement, structure, simplicité). Le cas de groupes linéaires, spéciaux, orthogonaux généraux et orthogonaux réels sont étudiés en détail, tandis que les groupes projectifs, unitaires et symplectiques sont simplement abordés. L'intérêt géométrique de ces études est illustré d'une part par le rôle essentiel que ces groupes jouent dans l'étude des espaces euclidiens et hermitiens, et d'autre part dans la réduction des endomorphismes (symétriques, unitaires, hermitiens, normaux).

Compétences visées

A l'issue de cet enseignement, l'étudiant devra

- Connaître la construction et les propriétés de base des groupes classiques
- Savoir mettre sous forme normale les formes sesqui-linéaires (selon le type et le corps considérés)
- Pouvoir utiliser les groupes de symétrie dans l'étude de problèmes géométriques

Bibliographie

- Ph. Caldero et J. Germoni, Histoires hédonistes de groupes et de géométrie (tome premier)
- R. Deheuvels, Formes quadratiques et groupes classiques